



# Introduction à la théorie des modules de formation d'amas. Application à la fragmentation des noyaux

X. Campi

## ► To cite this version:

X. Campi. Introduction à la théorie des modules de formation d'amas. Application à la fragmentation des noyaux. École thématique. Ecole Joliot Curie "Au-delà du champ moyen..", Maubuisson, (France), du 14-18 septembre 1987: 6ème session, 1987. cel-00645405

**HAL Id: cel-00645405**

**<https://cel.hal.science/cel-00645405>**

Submitted on 28 Nov 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INTRODUCTION A LA THEORIE DES MODELES DE FORMATION D'AMAS  
APPLICATION A LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

X. Campi



## INTRODUCTION A LA THEORIE DES MODELES DE FORMATIONS D'AMAS.

## APPLICATION A LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

X. CAMPI

*Division de Physique Théorique, Institut de Physique Nucléaire  
F-91406 Orsay Cedex, France*

## Résumé

Ce cours fait une revue de la théorie des modèles de formation d'amas géométriques en physique des réactions nucléaires. Après une introduction élémentaire à la théorie des phénomènes critiques, illustrée par les modèles de percolation, on discute de modèles cinétiques d'agrégation et de fragmentation. L'application de ces idées à la physique des réactions nucléaires de fragmentation et à la recherche de signaux de transitions de phase est discutée en dernier.

## Abstract

This course reviews the theory of geometrical models of cluster formation in nuclear reactions. After an elementary introduction to the theory of critical phenomena, illustrated by percolation models, we discuss kinetic theories of aggregation and fragmentation. The realization of these ideas in the context of nuclear fragmentation reactions and the search of signals of phase transitions is also reviewed.

## 1. INTRODUCTION

L'étude de la formation et des caractéristiques des ensembles d'amas est devenue ces dernières années une nouvelle branche très active de la mécanique statistique. Cette recherche concerne actuellement la plupart des disciplines scientifiques. Citons au hasard, comme exemples de cette diversité, la propagation du Sida ou des feux de forêt, le colapse du réseau E.D.F., la formation des polymères et des amas d'étoiles.

Du point de vue théorique, cette recherche s'est beaucoup développée à cause des liens avec la théorie des phénomènes critiques et grâce à la découverte de lois d'échelle qui sont intimement liées à la structure géométrique des amas.

En physique nucléaire, ces nouvelles idées ont fait une timide apparition il y a seulement trois ans, et depuis, elles pénètrent lentement cette discipline. Actuellement quatre ou cinq équipes indépendantes travaillent de par le monde sur cette approche, essentiellement sur des modèles de type percolation. Pourtant, l'usage de concepts géométriques et du concept d'amas n'est pas nouveau en physique nucléaire. La théorie des réactions nucléaires à moyenne et haute énergies a largement utilisé des concepts géométriques (modèle de cascade intranucléaire, modèles d'abrasion...) et des théories sur la structure nucléaire, celle d'amas (modèles d'amas de particules alpha, modèle des quartets...). Ce qui est nouveau, dans cette approche actuelle des phénomènes de formation d'amas, ce sont le caractère purement aléatoire et l'extrême simplicité des mécanismes de formation. Ceci contraste avec l'approche traditionnelle, dans laquelle les mécanismes sont liés à des concepts énergétiques.

Ce cours est une introduction élémentaire à la théorie de certains modèles géométriques de formation d'amas, pour lesquels nous pouvons avoir des solutions simples (analytiques ou simulations sur ordinateur), sans avoir recours à des approximations de type champ moyen.

Il est organisé comme suit. La théorie du modèle de percolation a été choisie comme exemple pour introduire la notion de comportement critique et de transition de phase. Ce modèle, qui est conceptuellement le plus simple que l'on puisse imaginer, est cependant très riche et nous permet d'introduire les quantités et les exposants critiques qui sont liés aux propriétés statiques des amas. Pour pouvoir suivre cette partie, il n'est pas nécessaire de connaître la théorie des phénomènes critiques, mais pour mieux situer ce qui va être dit, je recommande vivement la lecture du livre très pédagogique de Eugène Stanley *"Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena"*<sup>1</sup>. Pour écrire cette partie du cours, j'ai suivi de près l'excellent livre de Dietrich Stauffer *"Introduction to Percolation Theory"*<sup>2</sup>. La troisième section du cours concerne

les modèles cinétiques de formation d'amas. Nous verrons ici comment plusieurs mécanismes d'agrégation apparemment très proches, conduisent à la formation d'amas de structure très différente et comment le concept de dimension fractale est utile dans ce contexte. Une quatrième section décrit, très brièvement, les modèles existants de formation d'amas en physique nucléaire et la cinquième, plus détaillée, discute comment on peut, à partir d'une analyse sans modèle des résultats expérimentaux, montrer l'existence d'un phénomène critique dans les modèles de fragmentation des noyaux atomiques et tenter de déterminer la nature de ce phénomène critique.

## 2. MODELES DE PERCOLATION

Un modèle de percolation est constitué par un ensemble de sites (ou points d'un espace) et par une règle de connexion entre paires de sites. Les sites peuvent être vides ou occupés, ou (et) les liens actifs et inactifs, suivant un mécanisme purement aléatoire. (Nous parlerons respectivement de percolation de sites, de liens, (et de sites-liens). Chaque configuration de sites-liens a donc une probabilité bien définie d'exister.

Un ensemble de sites occupés connectés entre eux par des liens actifs forme un amas ou cluster. La taille des amas augmente avec la densité de sites occupés ou (et) de liens actifs. Nous verrons plus loin que pour des systèmes infinis, il existe des densités critiques au-delà desquelles apparaît soudainement un (et seulement un) cluster de taille infinie. Nous dirons alors que le système se trouve dans un état percolant. Nous verrons que la transition d'un état non-percolant (pas de cluster infini) à un état percolant (un cluster infini) est une forme de transition de phase. La particularité de la percolation par rapport à d'autres modèles de transition de phase, est qu'il n'y a pas de Hamiltonien, cette théorie étant basée entièrement sur des arguments probabilistes. La transition de percolation est un phénomène purement géométrique, dans lequel les amas sont des objets statiques de forme bien définie.

### EXEMPLES DE MODELES DE PERCOLATION

Considérons maintenant pour fixer les idées quelques modèles spécifiques de percolation. Pour commencer, prenons l'exemple le plus simple, celui d'un modèle à une dimension. Nous savons, par des arguments très généraux<sup>1</sup>, que dans les systèmes à une dimension il n'y a jamais de transition de phase. Mais ce modèle nous permettra de nous familiariser avec les raisonnements de base et d'introduire les quantités fondamentales.

#### Percolation à une dimension

Prenons donc une chaîne infinie de sites à une dimension. Chaque site a deux proches voisins. Nous dirons que la *coordinance* vaut  $z=2$ . Supposons pour commencer que les sites sont occupés avec une probabilité  $p$  (vides avec probabilité  $(1-p)$ ), la même pour tous les sites, et que les liens entre sites proches voisins sont tous actifs. Nous avons donc affaire à un problème de percolation de sites.

Calculons maintenant le nombre d'amas de taille  $s$ . La probabilité que  $s$  sites arbitraires soient occupés est  $p^s$ . La probabilité qu'un bout de la chaîne soit vide est  $(1-p)$ . Par conséquent, la probabilité totale pour qu'un site soit le bout d'un amas de taille  $s$  vaut  $p^s (1-p)^2$ . Maintenant, si la chaîne contient  $L$

sites ( $L \rightarrow \infty$ , et nous pouvons négliger les effets de bord) le nombre total d'amas est  $Lp^s(1-p)^2$ . Le nombre d'amas de taille  $s$  par nombre total de sites vaut donc

$$n_s(p) = p^s(1-p)^2 \quad (2.1)$$

Le problème de percolation de liens (tous sites occupés, liens actifs avec probabilité  $p$ ) se traite d'une manière analogue, pour aboutir au résultat

$$n_s(p) = p^{s-1}(1-p)^2 \quad (2.2)$$

Discutons le comportement de  $n_s$  dans le cas de la percolation de sites (2.1).

Pour  $p=1$  tous les sites sont occupés et la chaîne contient un seul amas infini appelé *amas de percolation*. Pour toute valeur de  $p < 1$ , la chaîne aura en moyenne  $(1-p)L$  sites vides et donc il n'y a plus d'amas de percolation qui connecte les deux bouts de la chaîne. Le *seuil de percolation* se situe donc dans ce cas à  $p_c=1$ . La région  $p > 1$  n'étant pas accessible, nous n'avons pas de transition de phase. Toutefois, nous allons voir que quand  $p \rightarrow 1$  le système approche un comportement classique. Nous allons le voir sur le nombre d'amas  $n_s$ , sur leur taille moyenne et sur la longueur de corrélation<sup>2</sup>.

Quand  $p \rightarrow p_c=1$ , nous pouvons écrire :

$$p = \exp(\ln p) \simeq \exp(p-1) = \exp(p-p_c)$$

et

$$\begin{aligned} n_s(p) &\simeq s^{-2} [(p-p_c)s]^2 \exp[(p-p_c)s] \\ &= s^{-\tau} f(z), \end{aligned} \quad (2.3)$$

avec  $\tau=2$ ,  $z=(p-p_c)s^\sigma$ ,  $\sigma=1$  et  $f(z)=z^2 \cdot e^z$ .

Nous constatons que pour  $p \ll p_c$ ,  $n_s$  décroît exponentiellement avec  $s$  et que quand  $p \rightarrow p_c$ ,  $n_s$  tend vers une loi de puissances avec exposant  $\tau=2$ . Nous avons ici délibérément choisi la paramétrisation (2.3) pour faire ressortir cette compétition entre la loi de puissances et l'exponentielle et faire apparaître les *exposants critiques*  $\tau$  et  $\sigma$ . Nous verrons plus loin que la forme (2.3) est tout à fait générale et que pour une dimension fixée de l'espace  $d$  (ici  $d=1$ ),  $\tau$  et  $\sigma$  sont "universels" pour tous les modèles de percolation.

La taille moyenne des amas, définie comme<sup>2</sup>,

$$s = \sum \frac{n_s(p)s^2}{\sum n_s(p) \cdot s} \quad (2.4)$$

vaut dans le modèle à 1 dimension



$$S = \frac{1+p}{1-p} = (1+p) \cdot (1-p)^{-\gamma} \quad (2.5)$$

i.e. diverge quand  $p \rightarrow p_c$  avec un exposant  $\gamma=1$ .

Enfin, la fonction de corrélation  $g(r)$  est définie comme la probabilité qu'un site situé à une distance  $r$  (en unités de nombre de sites) d'un site occupé, appartienne au même amas. On a évidemment  $g(0)=1$ ,  $g(1)=p$ , et en général à une dimension :

$$g(r) = p^r$$

que nous pouvons réécrire

$$g(r) = \exp\left(\frac{-r}{\xi}\right) \quad (2.6)$$

avec

$$\xi = - \frac{1}{\ln(p)} \simeq (p_c - p)^{-\nu} \quad (p \rightarrow p_c) \quad (2.7)$$

où  $\xi$  est la *longueur de corrélation* et  $\nu=1$  un nouvel exposant critique.

En résumé, nous avons vu que dans le modèle de percolation à une dimension il n'y a pas de transition de phase, mais que des quantités comme la taille moyenne des amas et la longueur de corrélation divergent quand on approche le seuil  $p_c=1$ , ce qui définit les exposants critiques  $\gamma$  et  $\nu$ . Par ailleurs, le nombre d'amas de taille  $s$  peut se mettre sous la forme d'une loi d'échelle  $n_s(p) \sim s^{-\tau} f(z)$  avec  $z = (p-p_c)s^\sigma$  avec deux nouveaux exposants  $\tau$  et  $\sigma$ .

#### *Percolation a un nombre infini de dimensions*

Un autre exemple de modèle de percolation qui peut être résolu analytiquement est celui de la percolation sur un réseau de Bethe (ou arbre de Cayley). Dans un réseau de Bethe (infini) de coordinance  $z$ , de chaque site partent  $z$  branches ou liens qui se terminent par autant de *nouveaux sites* (i.e. il n'y a pas de boucles) (voir fig.2-1)

Ce réseau a une dimension  $d$  infinie. Pour s'en convaincre, choisissons un site (arbitraire) comme origine et prenons une sphère de rayon  $r$  centrée sur ce site. Le nombre de sites contenus dans la sphère et le nombre de sites sur sa surface croissent *tous les deux* exponentiellement avec  $r$ . Par contre, dans un objet de dimension finie, la surface croît comme  $S \sim r^{d-1}$  et le volume comme  $V \sim r^d$ , i.e.  $S \propto V^{(1-1/d)}$ . Le réseau de Bethe a donc bien une dimension infinie.

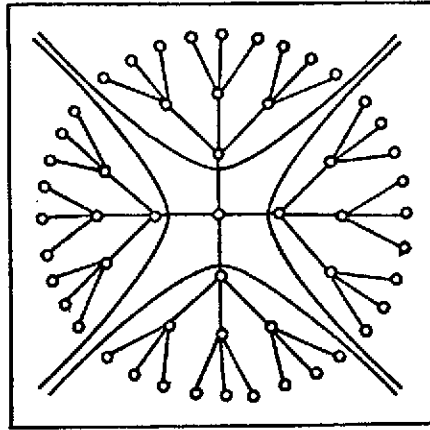


Fig.2-1 : Un réseau de Bethe de coordinance  $z=4$  montrant les quatre processus de branchement indépendants. (D'après la réf.3.)

L'existence ou l'absence d'un chemin entre l'origine (arbitraire) et la surface définit le seuil de percolation. A chaque génération de branchement il y a  $p(z-1)$  nouveaux sites occupés (ou liens actifs) qui permettent de continuer le chemin. La probabilité de trouver un chemin de proches voisins occupés (ou de liens actifs) décroît exponentiellement avec la distance  $r$  si  $p(z-1) < 1$ . Le seuil se situe donc à

$$p_c = \frac{1}{z-1} \quad (2.8)$$

Le nombre d'amas de taille  $s$  est plus compliqué à calculer que dans le cas à 1 dimension. Le résultat<sup>2</sup> peut se mettre aussi sous la forme d'une loi d'échelle

$$n_s(p) \sim s^{-5/2} \exp(-cs) \quad (s \rightarrow \infty, p \rightarrow p_c) \quad (2.9)$$

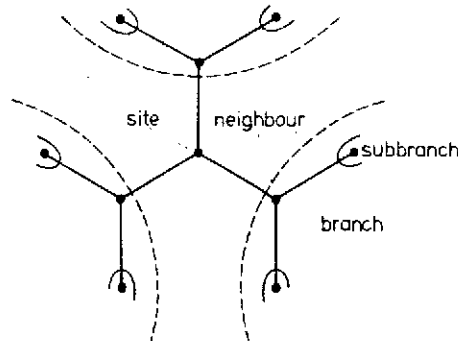
avec  $c \propto (p-p_c)^2$ . Nous avons donc  $\tau = 5/2$  et  $\sigma = 1/2$ .

La taille moyenne des amas (2.4) diverge aussi à  $p=p_c$  comme  $S \propto (p_c - p)^{-1}$ , ( $p \rightarrow p_c^-$ ), donc  $\gamma = 1$ .

Il est très instructif de montrer comment disparaît l'amas infini quand  $p \rightarrow p_c$  ( $p > p_c$ ).

Prenons l'exemple d'un réseau de Bethe avec coordinance  $z = 3$ . Définissons ce qui est un site, un voisin, une branche et une sous-branche, suivant le schéma de la figure (2-2) et plaçons-nous dans la situation d'une percolation de sites (sites occupés avec probabilité  $p$ , tous liens actifs). Soit

$P(p)$  la probabilité qu'un site arbitraire



**Fig.2-2** : Définition de site voisin, de branche et de sous-branche dans un réseau de Bethe de coordonnance  $z=3$ .  
(D'après la réf.2.)

appartienne à l'amas infini. Pour  $p < p_c$ , il n'y a pas par définition d'amas infini et donc  $P(p < p_c) = 0$ . Pour  $p > p_c$  il existe un amas infini, mais tous les sites ne lui sont pas connectés :  $0 < P(p > p_c) \leq 1$ . Calculons cette fonction. Soit  $Q(p)$  la probabilité qu'un site arbitraire ne soit pas connecté à l'infini (la surface) à travers une branche partant de ce site. La probabilité que deux sous-branches qui partent d'un voisin ne soient pas connectées à l'infini est  $Q^2$  (car la probabilité pour une branche = probabilité pour une sous-branche, la probabilité étant uniforme dans ce modèle). Alors,  $pQ^2$  est la probabilité que ce voisin soit occupé, mais pas connecté à l'infini. De même, la probabilité que ce voisin soit vide est  $(1-p)$  et enfin

$$Q = 1 - p + p Q^2$$

est la probabilité totale que cette branche ne conduise pas à l'infini. Nous avons deux solutions pour  $Q$  : a)  $Q=1$  et b)  $Q=(1-p)/p$ .

La probabilité que le site soit occupé mais pas connecté est égale à  $pQ^3$ , mais aussi égale à  $p(1-P(p))$ . L'équation

$$P(p) = p(1 - Q^3)$$

a une solution

$$P(p) = 0 \quad \text{pour} \quad Q = 0$$

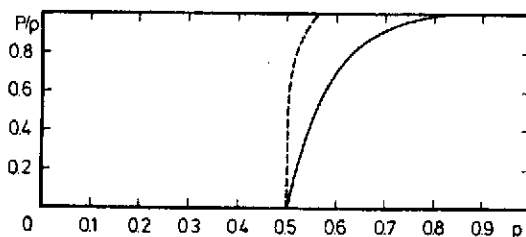
qui correspond au domaine  $p < p_c = 1/2$  et une solution

$$P(p) = 1 - \left( \frac{1-p}{p} \right)^3 \quad \text{pour} \quad p > p_c \quad (2.10)$$

Cette fonction est représentée sur la figure (2-3). Nous voyons donc que quand  $p \rightarrow p_c$  ( $p > p_c$ )

$$P(p) \propto (p - p_c)^\beta \quad (2.11)$$

avec  $\beta = 1$ , un nouvel exposant critique.



**Fig.2-3 :** Intensité de l'amas infini  $P(p)$  en fonction de  $p$  pour le réseau de Bethe avec  $z=3$  (ligne continue) et pour un réseau triangulaire ( $d=2$ ) (ligne tiretée). Par accident les deux réseaux ont le même seuil à  $p_c=0.5$ . La différence des pentes à  $p \approx p_c$  reflète la différence dans les valeurs de l'exposant critique  $\beta$  ( $\beta=1$  à  $d=\infty$  et  $\beta=5/36$  à  $d=2$ , voir plus loin). (D'après la réf.2.)

On remarquera que  $P(p)$ , appelée normalement l'intensité de l'amas infini, représente également le nombre de sites appartenant à l'amas infini, par nombre total de sites du réseau. Cette quantité est essentielle dans la théorie de la percolation parce qu'elle joue le rôle de paramètre d'ordre. En effet,  $P(p)=0$  dans la "phase" la plus symétrique ( $p < p_c$ ) et  $P(p) > 0$  dans la phase la moins symétrique ( $p > p_c$ ).

En résumé, nous venons d'étudier le comportement d'un modèle de percolation en dimension infinie. Dans ce cas nous avons une vraie transition de phase à  $p_c = 1/(z-1)$ . Le nombre d'amas de taille  $s$  peut à nouveau s'écrire comme une loi de puissances, modulée par une fonction d'échelle. Par ailleurs, nous avons étudié en détail le développement de l'amas infini quand  $p > p_c$ . La figure (2-4) montre le comportement de la taille moyenne  $S(p)$  et de l'intensité de l'amas infini  $P(p)$  pour un réseau de Bethe avec  $z = 4$ .

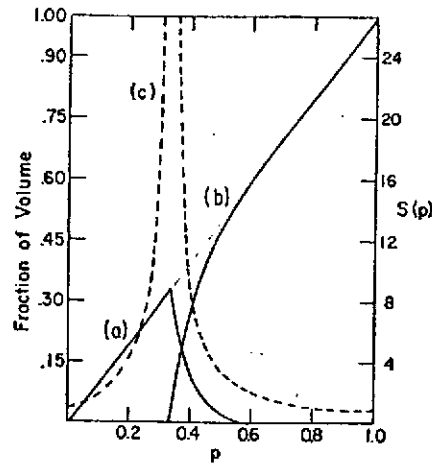


Fig.2-4 : Réseau de Bethe avec coordinance  $z=4$  ( $p_c=1/3$ ). a) Fraction du volume occupé par les amas finis ; b) idem infini,  $P(p)$  ; Taille moyenne des amas,  $S(p)$ . (D'après la réf.5.)

#### DISTRIBUTION EN TAILLE DES AMAS FINIS : HYPOTHESE D'UNE LOI D'ECHELLE

Nous venons de voir qu'aussi bien à  $d=1$  qu'à  $d$  infini la distribution en taille des amas de taille finie peut s'écrire quand  $p \rightarrow p_c$  et  $s \rightarrow \infty$  comme

$$n_s \sim s^{-\tau} f((p-p_c)s^\sigma) + \dots$$

$$f(0) = 1 \quad (2.12)$$

Stauffer<sup>2</sup> a fait l'hypothèse que cette loi d'échelle était valable pour tous les modèles de percolation. Les exposants critiques  $\tau$  et  $\sigma$  sont "Universels" et ne dépendent que de la dimension de l'espace, tandis que la fonction  $f$  est modèle dépendante. La relation (2.13) peut être aussi vue comme une généralisation de la formule de Fisher

$$n_s(\varepsilon) \sim s^{-\tau} \exp(-\alpha \varepsilon s^\sigma) \quad (2.13)$$

$$\varepsilon = (T - T_c)/T_c$$

proposée pour décrire, près de la température critique  $T_c$ , la formation de gouttelettes lors d'une transition de phase liquide-gaz<sup>4</sup>.

L'hypothèse (2.12) est extrêmement bien vérifiée par tous les modèles de percolation. On remarquera qu'à  $p = p_c$  on espère  $n_s \sim s^{-\tau}$ . La figure (2.5) représente le résultat d'une simulation sur ordinateur pour un réseau triangulaire contenant 95000<sup>2</sup> sites. La pente de cette droite parfaite sur 13 ordres de grandeur permet la détermination de  $\tau$  avec une très grande précision. (En fait la valeur exacte est connue par ailleurs pour  $d=2$ ,  $\tau=187/91$ .) La validité de la propriété d'échelle (2.12) peut être vérifiée en

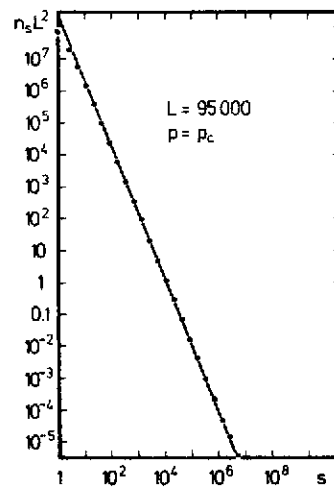


Fig.2-5 : Nombre d'amas de taille  $s$  à  $p=p_c$  pour un modèle de percolation sur réseau triangulaire ( $d=2$ ). (D'après la réf.6.).

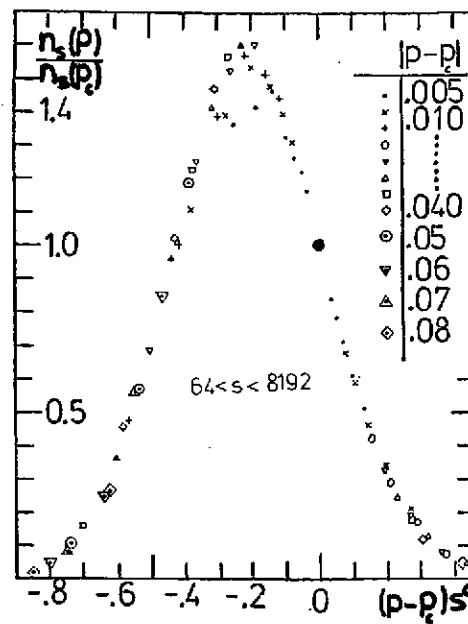


Fig.2-6 : Nombre d'amas de taille  $s$ , normalisé par la valeur au seuil, en fonction de la variable d'échelle  $(p-p_c)s^\sigma$ . Réseau cubique. (D'après la réf.7.)

représentant  $n_s(p)/n_s(p_c)$  en fonction de la variable  $(p-p_c)s^\sigma$ . La figure (2.6) montre un exemple pour un réseau cubique<sup>7</sup>. Dans ce cas, la fonction  $f(z)$  a une forme assez proche d'une gaussienne.

#### RELATIONS ENTRE EXPOSANTS CRITIQUES

L'hypothèse d'échelle (2.12) impose des relations très importantes entre les différents exposants critiques. Nous allons en examiner quelques unes.

Le second moment de la distribution d'amas de taille finie peut s'écrire :

$$\begin{aligned} m_2(p) &= \sum_s s^2 n_s(p) \simeq \int_0^\infty s^2 n_s(p) ds \\ &= \int_0^\infty s^{2-\tau} f(z) ds/s \\ &= \frac{1}{\sigma} (p-p_c)^{-(3-\tau)/\sigma} \int_0^\infty z^{((3-\tau)/\sigma)-1} dz \\ &= C_2^+ (p - p_c)^{-\gamma} \end{aligned}$$

qui est valable pour  $p > p_c$ . Nous avons successivement remplacé la somme sur  $s$  (qui porte sur les amas finis uniquement) par une intégrale, introduit la variable d'échelle  $z = (p-p_c)s^\sigma$ , utilisé la règle de différentiation  $dz/z = \sigma ds/s$ , identifié la constante  $C_2^+$  à l'intégrale sur  $dz$  de l'avant-dernière ligne et identifié l'exposant

$$\gamma = (3-\tau)/\sigma \quad (2.14)$$

ce qui nous donne une première relation entre exposants. Par un exercice d'intégration similaire on peut montrer que pour tout moment  $m_k = \sum_s s^k n_s$  nous avons

$$m_k(p) \sim C_k^\pm |p-p_c|^{\mu_k} \quad (2.15)$$

avec

$$\mu_k = \frac{\tau - k - 1}{\sigma} \quad (2.16)$$

c'est-à-dire que les moments  $m_k$  de la distribution d'amas finis divergent à  $p=p_c$  si

$$k > \tau - 1 \quad (2.17)$$

Dans les modèles de percolation (voir plus loin table 2.1)

$$2 \leq \tau \leq 2.3$$

et les moments  $m_k$  divergent pour  $k \geq 2$ .

Les constantes  $C_k$  sont en principe différentes si l'on approche le point critique par des valeurs positives ( $C_k^+$ ) ou négatives ( $C_k^-$ ) de  $(p-p_c)$ , cette différence dépendant de la forme de la fonction  $f(z)$ . La figure (2.7) illustre ce fait pour  $m_2(p)$ , pour un modèle de percolation sur un réseau cubique. On remarquera que dans ce cas  $C_2^+/C_2^- \sim 8$ . Il semble que ce rapport soit aussi une quantité "universelle", i.e. que dans le cadre des modèles de percolation elle ne dépende que de la dimension  $d$ . La pente des deux droites détermine la valeur de l'exposant  $-\gamma$ . A trois dimensions on a  $\gamma \simeq 1.74$ .

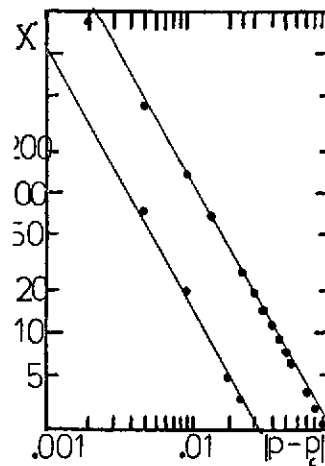


Fig.2-7 : Représentation doublement logarithmique du moment  $m_2(p)$  en fonction de la distance  $p-p_c$  au seuil. La branche supérieure correspond à  $p < p_c$  et l'inférieure à  $p > p_c$ . La pente de ces droites (la même pour les deux) détermine l'exposant  $-\gamma$ . (D'après la réf.7.)

Nous pouvons également calculer l'intensité de l'amas infini  $P(p)$  à partir de la distribution  $n_s$  (2.12), appliquant la conservation de la probabilité. En effet, pour  $p > p_c$ , un site arbitraire peut soit appartenir à l'amas infini avec une probabilité  $P(p)$ , soit être vide avec probabilité  $(1-p)$ , soit appartenir aux amas finis :

$$P(p) + (1-p) + \sum_s s n_s(p) = 1 \quad (2.18)$$

d'où



$$\begin{aligned}
\frac{dP}{dp} &= 1 - \sum s \, d(n_s)/dp \\
&= 1 - \sum s^{1-\tau} \, df/dp \\
&= 1 - \int_0^\infty s^{\tau-1-\tau} f'(z) \, dz \\
&= 1 - \frac{1}{\sigma} (p-p_c)^{\beta-1} \int_0^\infty z^{(2-\tau)/\sigma} f'(z) \, dz \\
&= 1 - B(p-p_c)^{\beta-1}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

avec

$$\beta = (\tau - 2)/\sigma \tag{2.20}$$

ce qui nous donne une nouvelle relation entre exposants  $\tau, \sigma$  de  $n_s$  et celui  $\beta$  de  $P(p) \sim (p-p_c)^\beta$ . Nous avons déjà montré sur la figure (2-3) l'allure de  $P(p)$  pour le réseau de Bethe et pour un réseau triangulaire, faisant ressortir la grande différence de comportement à  $p_c$ , qui est le reflet de la différence dans les valeurs de  $\beta$ .

La longueur de corrélation, que nous avons introduite comme cas particulier du modèle à une dimension en (2.8) permet de définir un exposant critique qui est également relié à ceux que nous connaissons déjà.

En général on définit la longueur de corrélation comme<sup>2</sup>

$$\xi^2 = \frac{\sum_r r^2 g(r)}{\sum_r g(r)} \tag{2.21}$$

$g(r)$  étant la fonction de corrélation, i.e. la probabilité qu'un site situé à une distance  $r$  d'un site occupé appartienne au même amas.

La longueur de corrélation peut aussi se définir à partir du rayon typique des amas

$$\xi^2 = \frac{\sum_s R_s^2 s^2 n_s}{\sum_s s^2 n_s} \tag{2.22}$$

ou

$$R_s^2 = \sum_{i=1,s} |\vec{r}_i - \vec{r}_0|^2 / s \tag{2.23}$$

est le rayon de giration d'un amas de  $s$  sites ( $r_0$  est le centre de masse). Utilisant les résultats précédents il est aisé de montrer<sup>2</sup> que

$$\xi^2 \sim |p-p_c|^{-\nu} \quad (2.24)$$

Finalement, nous introduisons un autre exposant, la dimension fractale  $D$ , définie par

$$s \propto R_g^D \quad (2.26)$$

$R_g$  étant le rayon de giration (2.23).

La figure (2-8) représente la taille du plus grand amas présent à  $p=p_c$  en fonction de la taille linéaire  $L$  du système pour un système cubique contenant jusqu'à  $L = 600 \times 600 \times 600$  sites. Nous voyons que l'amas "infini" qui commence à se développer au seuil, a une masse qui croît comme  $L^D$ , avec une dimension fractale  $D \approx 2.5$ , définitivement plus petite que la dimension euclidienne  $d=3$ . Remarquons en passant que la linéarité de cette corrélation s'étend jusqu'à des valeurs de  $L$  très petites.

Intégrations similaires à celles qui conduisent aux équations (2.14) et (2.20) donnent

$$\nu = 1/(D\sigma) \quad (2.27)$$

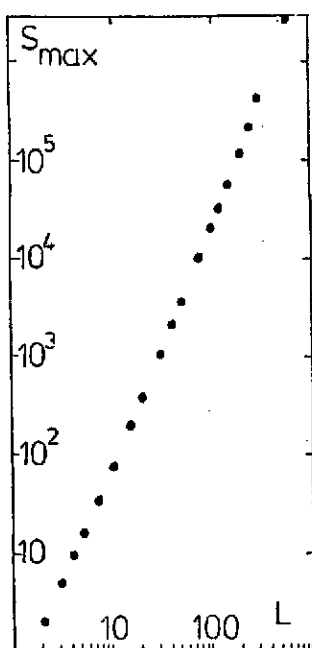


Fig.2-8 : Représentation log-log de la taille du plus grand amas  $S_{\max}$  présent au seuil  $p=p_c$ , en fonction de la dimension linéaire  $L$  du système. Percolation sur réseau cubique; la pente de la droite détermine la dimension fractale, ici  $D \approx 2.5$ . (D'après la réf.7.)

Il existe aussi une relation entre exposants qui fait intervenir la dimension  $d$  de l'espace. Cette relation, qui s'appelle "hyperscaling", semble bien vérifiée en percolation à 2 et 3 dimensions. (Mais pas sur le réseau de Bethe  $d = \infty$ .) Elle peut s'écrire par exemple

$$D = d - \beta/\nu$$

Récapitulant, nous avons en tout dans les modèles statiques de type percolation six exposants différents :  $\tau, \sigma, \beta, \gamma, \nu$  et  $D$  et quatre relations entre eux, par exemple

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= (3-\tau)/\sigma \\ \beta &= (\tau-2)/\sigma \\ \nu &= (\gamma+2\beta)/d \\ D &= 1/(\tau-1) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Il y a donc deux exposants indépendants pour une dimension  $d$  fixée.

La table (2.1) donne les valeurs couramment admises pour les six exposants. Les nombres exprimés comme fractions sont des valeurs supposées exactes.

dimension d				
Exposant	1	2	3	$\infty$
$\beta$	-	5/36	0.45	1
$\gamma$	1	43/18	1.74	1
$\nu$	1	4/3	0.88	1/2
$\sigma$	1	36/91	0.46	1/2
$\tau$	2	187/91	2.20	5/2
$D(p=p_c)$	-	91/48	2.50	4
$C_2^-/C_2^+$	-	0.005	$\sim 0.1$	1

- Table 2.1 -

### *Distribution d'amas finis loin de $p_c$*

La loi d'échelle (2.12) n'est en principe valable que près du seuil  $p=p_c$ . (Voir par exemple pour le modèle à une dimension les approximations qui ont été faites pour la dériver.) Pour  $p < p_c$  et  $s \rightarrow \infty$  il existe des arguments<sup>8</sup> en faveur d'une forme de type

$$n_s \propto s^{-\theta} \text{ const}^s \quad (p < p_c, s \rightarrow \infty) \quad (2.29)$$

avec un exposant  $\theta$  qui vaut 1 à deux dimensions et 3/2 à trois dimensions.

Le comportement pour  $p > p_c$  (réf.8),

$$n_s \propto \exp(-cs^{(1-1/d)}) \quad (2.30)$$

est plus intéressant parce que l'exposant  $\xi = 1-1/d$  est directement relié à la dimension  $d$  et pas aux autres exposants (2.28).

### *Remarques finales*

Nous venons d'examiner certains aspects de la théorie des modèles de percolation. Ces modèles ne possèdent qu'une seule variable, la "densité"  $p$ . (En fait aux variables dans la percolation sites-liens.) Malgré cela, ces modèles s'avèrent extrêmement riches et utiles pour introduire la notion de phénomène critique, d'exposant critique et pour calculer quelques relations exactes qui les relient. Dans certains cas simples (1 dimension, réseau de Bethe) il est même possible de calculer simplement la valeur de ces exposants. Il faut signaler que ce travail aurait été infiniment plus laborieux pour d'autres modèles qui semblent à peine plus compliqués (Ising, gaz sur réseau...). Par ailleurs, il faut rappeler que la théorie de la percolation est très utile pour comprendre semi-quantitativement de très nombreux problèmes complexes<sup>9,10</sup>, malgré la nature très variable des interactions et des distances mises en jeu.

Nous verrons plus loin comment la plupart des concepts que nous avons introduit dans ce chapitre peuvent s'appliquer au problème de la formation d'amas dans les réactions nucléaires.

### 3. MODELES CINETIQUES

Nous allons conclure cette introduction aux modèles géométriques par une brève description de quelques modèles cinétiques de formation d'amas. Comme pour l'exemple de la percolation, les modèles sont définis par un *espace* (espace continu ou réseau, de dimension euclidienne  $d$ ) et par un *mécanisme de formation d'amas* (déplacement, collage, décollage, etc...). Il y a en plus la variable temps, qui peut être continue, mais le plus souvent est discrétisée en intervalles  $\Delta t$  qui correspondent à des opérations élémentaires de l'algorithme de formation d'amas. Comme auparavant nous nous limiterons à des modèles basées sur un *mécanisme aléatoire*, ce qui exclut les mécanismes basés sur des considérations énergétiques. Remarquez que cette optique est donc orthogonale à celle normalement suivie en Physique Nucléaire.

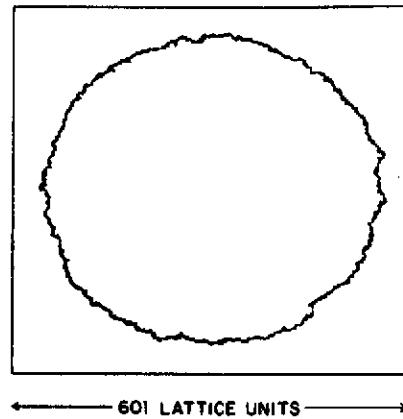
Nous distinguerons encore entre modèles de croissance<sup>13-18</sup> et modèles de fragmentation<sup>19</sup> suivant le sens d'évolution dans le temps de la taille moyenne des amas en formation. Nous préciserons pour chaque modèle, outre le mécanisme de formation, la dimension fractale des amas obtenus. Celle-ci nous fournira une idée quantitative de "l'aspect" de ces amas. Examinons d'abord les modèles de croissance.

#### MODELES DE CROISSANCE

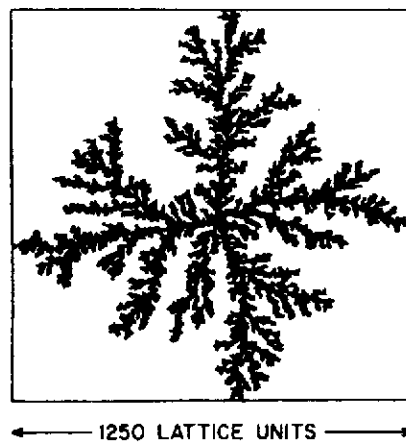
*Modèle de EDEN* - Ce modèle a été proposé en 1961 par Eden<sup>14</sup> pour décrire la croissance de tumeurs et a fait l'objet d'études théorique et numérique très approfondies<sup>11</sup>. C'est un peu le modèle de référence.

Soit un ensemble de sites avec coordianance  $z$ . L'algorithme est le suivant : a) On choisit et on occupe au hasard un site "souche". Cette opération crée  $z-1$  sites actifs de croissance. b) On occupe au hasard un site actif de croissance. c) Les voisins vides deviennent sites actifs. Le processus b)-c) est répété un grand nombre de fois jusqu'à l'obtention d'un régime asymptotique dans lequel la dimension fractale ne change plus. Par ce mécanisme on obtient un *amas compact*,  $D_f = d$ . La figure (3.1) montre un exemple de tels amas.

*Modèle de WITTEN et SANDER (1981)* - Ce modèle, connu sous le sigle DLA (Diffusion-Limited-Aggregation), est défini comme suit : a) Une particule "souche" est placée dans un point arbitraire de l'espace. b) Une particule qui effectue une marche au hasard est relâchée depuis le périmètre d'un grand cercle qui a comme centre la particule souche. Quand elle atteint un site proche voisin d'un site occupé elle s'y attache et une nouvelle particule est relâchée. Ce processus donne lieu à une structure self-similaire très ramifiée ( $D_f = 2.50$  pour  $d=3$ ). (Voir fig.3.2).



**Fig. 3-1 :** Un agrégat de EDEN contenant 200.000 sites occupés.  
(D'après la réf.12.)



**Fig.3-2 :** Un amas typique de Witten et Sander à 2 dimensions  
contenant 100.000 particules. (D'après la réf.12.)

### **Modèle des épidémies**

Le modèle des épidémies est une extension du modèle de Eden, dans lequel on introduit un paramètre libre  $p$ . Au départ il y a un site "souche" et ses proches voisins sont déclarés actifs. On choisit au hasard un site actif et on

procède à : 1) soit occuper le site avec probabilité  $p$  et rendre ses proches voisins actifs ; 2) soit à "tuer" le site définitivement avec probabilité  $1-p$ . Remarquez que pour  $p=1$  on retrouve le modèle de Eden. Variant  $p$  on obtient des amas de structures différentes. La figure (3-3) montre un amas à 2 dimensions sur réseau carré pour  $p = 0.5927$  (le seuil de percolation).



Fig.3-3 : Exemple d'amas obtenu dans le modèle des épidémies sur réseau carré à  $p=0.5927$ . (D'après la réf.13.)

#### *Modèle de collage amas-amas*

Le modèle de Witten et Sanders n'est pas capable d'expliquer le processus d'agrégation de type formation de colloïdes et d'aérosols pour lesquels la dimension fractale mesurée est de l'ordre de  $D = 1.75$  ( $d = 3$ ). Le problème provient de la dissymétrie qui existe entre le gros amas en formation et les particules qui viennent s'y coller, alors que dans les colloïdes et les aérosols ce sont les amas eux-mêmes qui se déplacent (diffusent). Un modèle de collage amas-amas, qui a connu un grand succès, a été développé par Kolb, Botet et Jullien<sup>16</sup> et par Meakin<sup>17</sup>. Dans sa forme la plus simple, on considère un réseau carré contenant  $L^2$  sites, et on y dispose au hasard  $N$  particules. On a donc au départ  $N$  amas avec  $s=1$  particules. Ensuite, on bouge au hasard un amas d'un pas du réseau, dans une des quatre directions possibles. Lorsque deux agrégats se touchent (ont des sites occupés proches voisins), on décide qu'ils se collent pour ne plus former qu'un seul amas capable lui-aussi de diffuser. Le processus s'arrête lorsqu'il ne reste plus qu'un seul amas sur le réseau. La figure (3-4) montre une simulation bidimensionnelle de ce collage d'amas en diffusion. Il y a au départ 500 particules réparties au hasard sur un réseau carré contenant  $100 \times 100$  sites. De gauche à droite, les figures correspondent à trois instants différents de la simulation, où il ne reste plus que 40, 7 et 1 amas, respectivement. A deux dimensions, la dimension fractale est  $D = 1.44$  et  $1.78$  à trois dimensions, ce qui correspond bien aux valeurs expérimentales mesurées sur les colloïdes ou les aérosols.

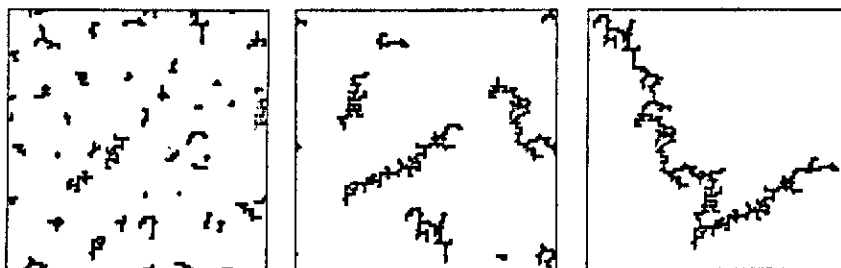


Fig.3-4 : Modèle de collage amas-amas à différents stades de l'agrégation. (D'après la réf.18.)

#### MODELES CINETIQUES DE FRAGMENTATION

Un processus de fragmentation peut être considéré en général comme l'inverse dans le temps d'un processus d'agrégation. On peut donc imaginer de "faire tourner" les algorithmes précédents en sens inverse, partant d'un grand cluster pour un nombre croissant de fragments. Ceci semble parfaitement faisable pour les modèles de Eden et de Witten et Sander, ce qui pourrait représenter une espèce d'évaporation" de surface, mais demanderait de nouvelles prescriptions dans le modèle amas-amas. En fait, les modèles cinétiques de fragmentation d'amas ont été très peu explorés. Nous ne discuterons ici qu'un modèle cinétique de formation de "craquelures" qui a été proposé tout récemment par Termonia et Meakin<sup>19</sup>.

Considérons un réseau bidimensionnel où chaque node est relié aux quatre voisins par des liens élastiques qui ont des constantes de rappel  $K_x$  et  $K_y$ , suivent les directions  $x$  et  $y$ . (Voir fig. 3-5). Le réseau subit une élongation dans la direction  $y$  et un lien  $i$  est cassé avec une probabilité

$$p_i = \exp\{(-U_i + E_i)/kT\}/p_{max}$$

où  $U_i$  représente une énergie d'activation,  $E_i$  l'énergie accumulée dans le lien

$$E_i = \frac{1}{2} K_i (\Delta L_i)^2$$

$\Delta L_i$  étant l'élongation de ce lien  $i$  et  $p_{max}$  une constante de normalisation. Ensuite,, le système est relaxé jusqu'à ce que la somme de toutes les forces agissant sur les nodes  $\sum_i F_i = 0$  et ensuite le processus recommence. On observe l'apparition et propagation de craquelures jusqu'à la rupture totale du réseau



(fig.3-6). La dimension fractale de la "surface" de craquelure est pratiquement indépendante de la valeur des paramètres  $K_{x,y}$  et vaut  $D \simeq 1.27$  en deux dimensions. Cette valeur semble compatible avec celle qu'on obtient lorsqu'on fragmente du verre<sup>19</sup>.

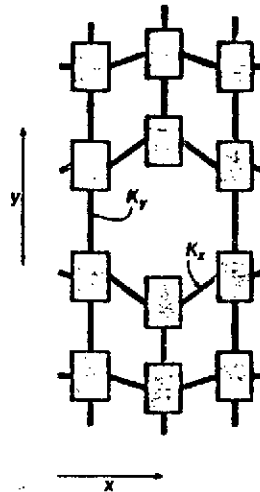


Fig.3-5 : Réseau du modèle de fragmentation de Termonia et Meakin. (D'après la réf.19.)

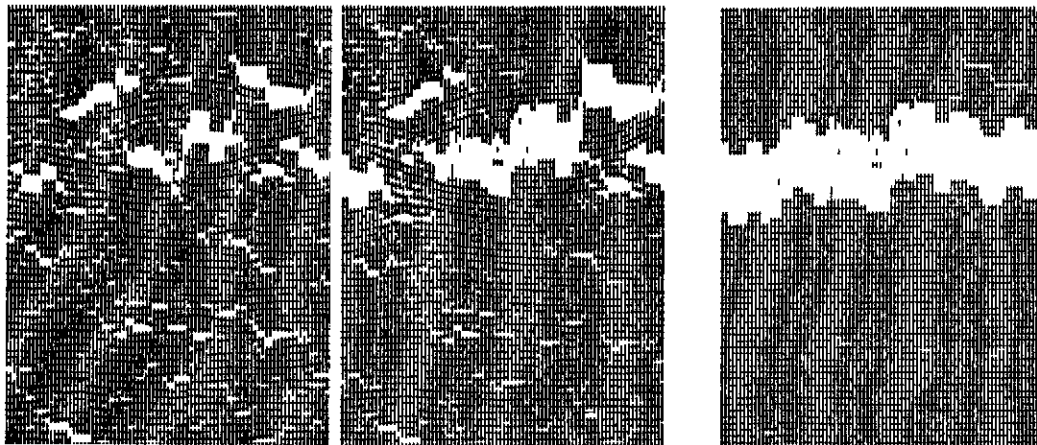


Fig.3-6 : Développement des craquelures dans le modèle de Termonia et Meakin. (D'après la réf.19.)

#### 4. LA FRAGMENTATION DES NOYAUX ATOMIQUES

L'expérience nous indique qu'un noyau atomique frappé par un projectile énergétique se fragmente en d'autres noyaux plus légers. Nous connaissons assez bien comment les noyaux très faiblement et très fortement excités émettent des fragments. A des énergies d'excitation inférieures à 1 MeV/A, l'image d'un noyau composé émettant séquentiellement des particules très légères semble bien établie. Ceci conduit à une distribution en taille des fragments en forme de "U". A des énergies un peu plus élevées (ou mêmes plus basses pour certains noyaux très fissibles) s'ouvre un canal de type fission rapide asymétrique, dans lequel sont produits deux fragments de masse intermédiaire, plus un certain nombre de particules légères. Il semble que ce mécanisme ne soit pas fondamentalement différent du précédent. A très hautes énergies d'excitation, typiquement celles qui sont atteintes dans les collisions centrales d'ions lourds relativistes, on obtient une quasi vaporisation du noyau, avec uniquement production de particules très légères. La distribution en masse des particules a une forme exponentielle. Il semble tout à fait raisonnable de supposer qu'entre la fission rapide et la vaporisation doit exister un régime de fragmentation intermédiaire, dans lequel plusieurs fragments de masse moyenne sont produits au cours d'une même collision. Ce régime, qu'on appelle généralement multifragmentation, a été expérimentalement mis en évidence sans ambiguïté dans quelques expériences très exclusives<sup>20-22</sup>. Il serait le régime dominant vers 6-8 MeV/A d'énergie d'excitation. On manque cependant de données exclusives suffisamment précises pour reconstituer un scénario détaillé des collisions dans les différents régimes. Une nouvelle génération d'expériences en cours ou en projet au GANIL (et plus tard à la GSI) devrait nous permettre de mieux comprendre cette physique. En attendant, un certain nombre de modèles théoriques ont été proposés pour rendre compte des résultats *inclusifs* dont nous disposons.

Nous pouvons les classer en différentes catégories<sup>\*</sup> :

a) *MODELES D'EQUILIBRE STATISTIQUE*. Ces modèles ont été développés par Gross et collaborateurs<sup>23</sup>, Bondorf et collaborateurs<sup>24</sup> et par Randrup, Koonin et Fai<sup>25</sup>. Dans ces modèles, à chaque partition  $i$  du système est associée une probabilité thermodynamique

$$\omega(i) = \exp (s(i))$$

où  $s(i)$  est l'entropie de la partition  $i$ . L'entropie est calculée à partir des énergies de liaison, d'excitation, de translation et d'interaction

---

<sup>\*</sup>La fragmentation nucléaire commence à être étudiée dans le cadre de théories dynamiques (Hartree-Fock dépendant du temps, Landau-Vlasov, etc...). Ces questions sont discutées dans le cours de Ch. Grégoire à cette Ecole.

(coulombienne) des différents fragments. La distribution en taille des amas dépend crucialement de l'énergie d'excitation du système et de sa densité au moment de la fragmentation. Ces modèles ne décrivent donc que la phase finale de la fragmentation, mais pas la phase de collision ou de préparation du système à une densité et température déterminées. Ils ne contiennent aucune dynamique, mais par contre ils possèdent une description très détaillée de l'espace de phase disponible pour le système au moment de fragmenter. Avec un choix *ad hoc* des conditions initiales, ils sont capables d'expliquer un bon nombre de résultats d'expériences *inclusives*<sup>23-26</sup>. Par contre, il n'est pas encore clair s'ils sont capables d'expliquer l'émergence d'un comportement critique, comme celui qu'on observe dans les expériences *exclusives* (voir plus loin).

b) *MODELE D'EQUIPROBABILITE DES PARTITIONS*. Aichelin et Hüfner ont développé un modèle de fragmentation<sup>27</sup> qui est basé sur l'hypothèse que toutes les partitions d'un système de  $A_0$  nucléons sont également probables. Dans ces conditions la loi de distribution en masse  $A$  (ou charge  $Z$ ) des fragments peut s'écrire approximativement

$$n(A) \sim 1/(\exp(\alpha A)-1)$$

où  $\alpha \approx 1.28/\sqrt{A_0}$  est un paramètre, en principe fixé. En fait, les auteurs ont fait varier  $\alpha$  afin d'obtenir un accord semi-quantitatif avec la forme des distributions de fragments légers dans certaines sections efficaces de réactions *inclusives*. Ce modèle ne peut décrire correctement, au mieux, qu'une fraction réduite des différents types d'événements que l'on observe expérimentalement (événements avec production d'un nombre élevé de fragments, pour lesquels les différentes partitions deviennent à peu près également probables).

Pour une revue détaillée des théories mentionnées plus haut, voir la référence 28.

c) *MODELES DE TYPE PERCOLATION* - Les réactions de fragmentation nucléaire on peut aussi les étudier comme des processus de formation d'amas, suivant les idées et méthodes des modèles géométriques que nous avons esquissées dans les paragraphes précédents. L'image physique qui sous-tend cette approche est la suivante. Le noyau est décrit comme un ensemble d'éléments (les nucléons) qui occupent des sites d'un certain espace. Cet ensemble forme un amas de percolation. Lors de la collision, le nombre de sites occupés et/ou le nombre de liens actifs diminue. Suivant la violence de la collision (dépendant de l'énergie de bombardement, du paramètre d'impact, etc..) le système se retrouve après la collision, soit au-dessus du seuil de percolation (un seul gros fragment résiduel et beaucoup de très petits), soit au-dessous (nombreux petits fragments uniquement). Nous pouvons décrire dans le même formalisme les réactions de type évaporation-spallation, les réactions de multifragmentation et celles de vaporisation. Les travaux des références 29-36 concernent les réalisations pratiques du concept de percolation en physique des réactions nucléaires.

### *Modèle de percolation de liens à une dimension*

Dans le travail de la référence<sup>29</sup> on a utilisé pour la première fois un modèle de percolation de liens à une dimension, pour décrire la fragmentation dans les collisions proton-noyaux. Le nombre de fragments produits était relié au nombre de collisions primaires du proton avec les nucléons du noyau cible, ce nombre étant calculé dans le formalisme de Glauber. Comme ce modèle ne possède pas de transition de phase, le régime de spallation était décrit par un mécanisme traditionnel d'excitations-évaporation.

### *Modèle de percolation de liens à trois dimensions*

Dans ce travail<sup>30</sup> on a utilisé directement un modèle de percolation de liens sur réseau cubique. Au cours de la collision un certain nombre des liens qui attachent les nucléons qui occupent les sites du réseau se cassent ( $p$  diminue) et des amas indépendants peuvent se former. Au début on a essayé d'ajuster les formes empiriques des distributions en masse inclusives avec une valeur fixe pour le paramètre  $p$ , ce qui n'était pas très physique. Par la suite on l'a remplacée par une distribution de valeurs de  $p$ , ce qui améliorait les résultats.

### *Modèle de percolation dans l'espace de phase*

L'originalité de ce modèle<sup>31</sup> réside dans l'idée de percolation *simultanée* dans les espaces des positions et des impulsions des particules. Pour que deux particules soient liées il faut en effet qu'elles soient proches dans chacun des deux espaces. En fait, on a utilisé comme critère d'attachement, que la "distance" entre les particules  $i$  et  $j$

$$d_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \cdot |\vec{p}_i - \vec{p}_j|$$

soit inférieure à une valeur fixée. Il ne semble pas que la dimension effectuée de ce modèle soit  $2 \times d$  et nous ignorons si les exposants critiques sont ceux de la percolation standard.

Pour décrire les réactions nucléaires, on a relié le paramètre  $p$  au nombre de particules rapides  $N_{e,j}$  éjectées au dehors d'un noyau qui en contenait initialement  $A_T$

$$p = (A_T - N_{e,j})/A_T$$

Le nombre  $N_{e,j}$ , qui dépend de la nature du projectile et de la cible et du paramètre d'impact était calculé dans l'approximation de Glauber. Ce modèle a permis une bonne description de nombreux résultats inclusifs<sup>31</sup>.

### *Modèle de percolation de sites-liens*

Un modèle de percolation de sites-liens sur réseau cubique a été d'abord introduit par Desbois<sup>34</sup>. Ce modèle dépend de deux paramètres  $p$  et  $q$ . Le premier qui détermine la fraction de sites occupés est fixé, comme dans le modèle de la référence 31, par le nombre de nucléons de la cible qui sont éjectés. Le second, qui détermine la fraction de liens actifs, est défini par

$$q = 1 - \frac{E^*}{B}$$

où  $E^*$  est l'énergie d'excitation du système et  $B$  son énergie de liaison. Ce modèle a été depuis largement exploité<sup>35, 36</sup> en conjonction avec un modèle de Thomas-Fermi dépendant du temps, qui décrit l'évolution dynamique d'un noyau chauffé et comprimé. Ce modèle prédit que l'énergie d'excitation thermique d'un noyau doit dépasser 70% de son énergie de liaison pour que la multifragmentation ait lieu, ceci en l'absence d'énergie de compression. Mais cette valeur tombe à seulement 40% quand il y a 0,5 MeV/nucléon d'énergie de compression. Ceci rend l'énergie critique de multifragmentation dépendante de la masse du noyau.

## 5. RECHERCHE DE TRANSITIONS DE PHASE DANS LA FRAGMENTATION DES NOYAUX

### Historique

En 1986, N.T. Porile et collaborateurs de l'Université de Purdue, ont suggéré<sup>37</sup> que la forme en loi de puissances de la section efficace de production de fragments légers dans les réactions inclusives proton-noyau, reflétait l'existence d'une transition de phase dans la matière nucléaire de type liquide-gaz. Cette idée, très séduisante et controversée, a été reprise et développée par d'autres équipes<sup>38-40</sup>. Nous devons cependant souligner la faiblesse des arguments en faveur de cette "évidence". L'argument essentiel est la forme en loi de puissances  $A_f^{-\tau}$  et la valeur de  $\tau \approx 2.5$ , proche de celle prévue pour une transition de phase de type liquide-gaz à 3 dimensions. A cet argument, nous pouvons opposer les remarques suivantes :

- a) Une distribution en loi de puissances n'est pas une signature d'une transition de phase. Nous avons moult exemples de processus qui conduisent à cette forme de distribution en taille des amas et qui n'ont rien à voir avec une transition de phase. (Voir par exemple réf.18.)
- b) La valeur de l'exposant  $\tau$  dépend peu de la nature de la transition de phase (nous avons vu qu'en percolation (table 2.1) il faut  $\tau = 2.2$ ) et on ne peut donc pas l'utiliser comme indicateur unique pour déterminer à quel type de phénomène nous avons affaire.
- c) Enfin, un argument de nature plus expérimentale. Les analyses des tenants de l'existence d'une transition de phase liquide-gaz se basent toujours sur des sections efficaces *inclusives*. C'est-à-dire, que la distribution en  $A_f^{-\tau}$  observée résulte de la superposition d'événements de nature très différente. Un faible nombre peut correspondre à la fragmentation du système qui se trouve à une température proche de la température critique  $T_c$ , mais pour beaucoup d'autres  $T \ll T_c$ , ou à très haute énergie de bombardement probablement aussi  $T \gg T_c$ . Même si on restreint le domaine de masses pour lequel on fait l'ajustement en  $A_f^{-\tau}$ , on peut craindre une distorsion dans la loi de décroissance.

### RECHERCHE DE SIGNAUX D'UNE TRANSITION DE PHASE

Faut-il pour autant abandonner l'idée de l'existence d'une transition de phase liquide-gaz ? Les succès des modèles de percolation nucléaire peuvent nous mener à croire à l'existence d'une transition de phase, mais pas forcément de type liquide-gaz. A l'évidence, la réponse claire à cette question importante ne peut venir que de l'expérience.

Nous avons vu au paragraphe 2 comment certaines quantités (taille moyenne des amas, amas le plus gros) doivent se comporter lors d'une transition de phase de type percolation. Nous savons par ailleurs, que ce comportement est

similaire pour d'autres transitions de phase (liquide-gaz) et que, uniquement, les valeurs des exposants critiques changent. Par contre, ce comportement est qualitativement différent lorsqu'il n'y a pas de transition de phase. Ceci est vrai même dans des petits systèmes contenant autant d'éléments que de nucléons un noyau. Par ailleurs, nous pouvons encore réduire l'influence des effets de taille finie en comparant les résultats expérimentaux sur les noyaux à ceux de modèles de transitions de phase en taille finie, contenant le même nombre d'éléments.

Nous avons entrepris cette comparaison en utilisant les trois distributions d'amas suivantes :

a) La distribution en charge des fragments d'un noyau d'or ( $Z=79$ ) produits lors du bombardement d'une émulsion par des projectiles d'une énergie cinétique de 1 GeV/nucléon <sup>22</sup>. Environ 400 collisions ont été complètement analysées, pour lesquelles la charge de tous les fragments de l'or a été déterminée. Le nombre de fragments produits dans chaque collision varie entre 1 et 79, ce qui nous fait croire que tous les régimes de fragmentation sont représentés dans cette expérience. Le pourcentage d'événements correspondant aux différentes multiplicités de fragments est représenté sur la figure (.5-1).

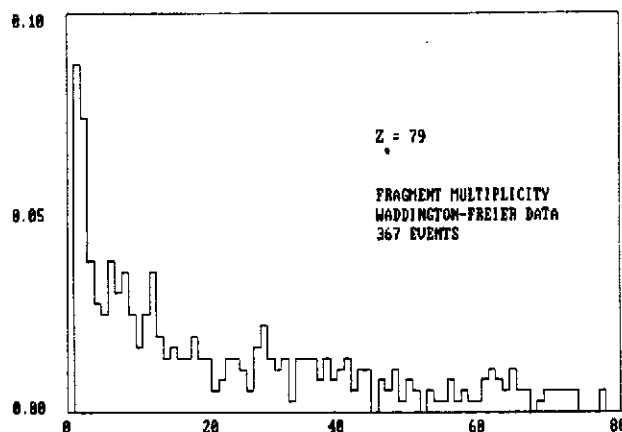


Fig.5-1 : Pourcentage d'événements en fonction de la multiplicité de fragments dans l'expérience de fragmentation d'un noyau d'or de la réf.22.

b) Un modèle de percolation de liens sur réseau cubique de taille  $5 \times 5 \times 5$ . Nous générons environ un millier d'événements, avec des valeurs aléatoires pour  $0 \leq p \leq 1$ . Il sera utilisé pour montrer la forme des corrélations dans le cas d'une transition de phase en taille finie.

c) Un modèle de percolation de liens à une dimension, contenant 79 sites. Il

sera utilisé pour illustrer la forme des corrélations en cas d'absence de transition de phase.

Nous commencerons par montrer que la fragmentation de Au ressemble beaucoup à la prédiction de b) et diffère nettement de celle de c). Pour ce faire, nous avons représenté sur la figure (5-2) la corrélation entre les moments  $m_2$  et  $m_0$  ( $m_k = \sum s^k n_s / s_0$ ,  $n_s$  étant le nombre de fragments de taille  $s$ , le plus grand fragment étant exclu et  $s_0$  le nombre total d'éléments dans le système). Nous remarquons que vers  $m_0 \simeq 0.25$  il y a un maximum de  $m_2$ , pour les distributions a) et b) qui est la signature en taille finie d'un comportement critique), tandis que pour la distribution c) (pas de transition de phase) la variation est monotone.

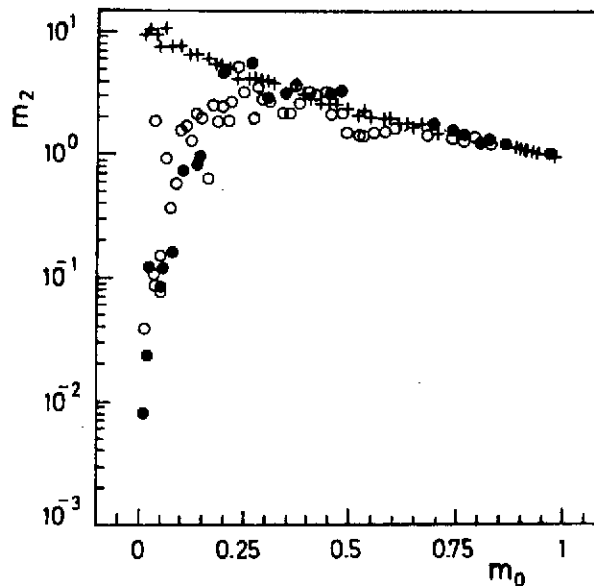


Fig.5-2 : Corrélation entre les moments  $m_2$  et  $m_0$  (voir texte) pour : (+) modèle à une dimension ; (•) modèle de percolation à 3 dimensions ; (o) fragmentation de Au.

Nous pouvons confirmer l'existence d'une transition de phase vers  $m_0 \simeq 0.25$  étudiant l'amplitude des fluctuations. Nous savons, en effet, qu'au voisinage du point critique, celles-ci doivent être maximales. Nous avons étudié les fluctuations de la taille du plus gros fragment produit par événement (divisé par  $s_0$ ), toujours en fonction de la multiplicité de fragments  $m_0$ . La quantité représentée sur la figure (5-3b) est l'écart quadratique moyen pour : 1) modèle à 1 dimension, 2) modèle de percolation à 3 dimensions, 3) fragmentation de Au. On remarque dans les deux derniers cas une décroissance des fluctuations autour d'un maximum situé vers  $m_0 \simeq 0.25$ , ce qui va tout à fait dans le sens de confirmer l'existence d'une transition de phase à cet endroit. Notez que, comme prévu par la discussion sur le comportement de  $P(p)$  (Section



2), la taille de l'amas "infini"  $S_{\max}/s_0$  (fig. 5-3a) décroît régulièrement.

#### ETUDE DE LA NATURE DE LA TRANSITION DE PHASE

Puisque nous savons que la transition de phase a lieu vers  $m_0 \approx 0.25$ , nous pouvons maintenant étudier à quoi ressemblent les événements "critiques" dans le cas de la fragmentation de l'or. En moyenne, on retrouve dans de tels événements :

- $\sim 11$  particules de charge  $Z=1$  (p,d)
- $\sim 4$  particules de charge  $Z=2$  (He)
- 3-4 fragments de charge  $Z \geq 3$  (charge moyenne  $\bar{Z}=18$ ).

Si nous faisons l'hypothèse que les gros fragments sont produits sous forme d'isotopes les plus stables, on devrait par ailleurs retrouver environ 35 neutrons libres.

L'énergie déposée dans un noyau d'or quand il casse sous cette forme, peut être évaluée grossièrement. Cette énergie se dépense en changements d'énergie de liaison et en énergie cinétique des fragments. La première est facile à estimer

$$\Delta B = B(\text{Au}) - \sum B(\text{fragments})$$

moyennant l'hypothèse précédente sur la distribution isotopique et une formule de masse raisonnable.

Pour évaluer l'énergie cinétique, nous distinguons entre fragments légers (p,n, $\alpha$ ) pour lesquels nous prenons la somme de la température du système au moment de la rupture (que nous fixons à  $T = 6$  MeV) et d'une énergie coulombienne. Il résulte

$$T_n = 6 + 12 = 18 \text{ MeV}$$

$$T_p = 6 = 6 \text{ MeV}$$

$$T_\alpha = 6 + 24 = 30 \text{ MeV}$$

L'énergie cinétique de gros fragments provient d'une part de l'énergie de Fermi (formule de Goldhaber<sup>42</sup>)

$$T_f = \frac{3}{5} \varepsilon_f \frac{A_T - A_F}{A_T - 1}$$

où  $\varepsilon_f$  est l'énergie de Fermi et  $A_T$  et  $A_F$  la taille de la cible et du fragment respectivement, et de l'énergie coulombienne entre fragments

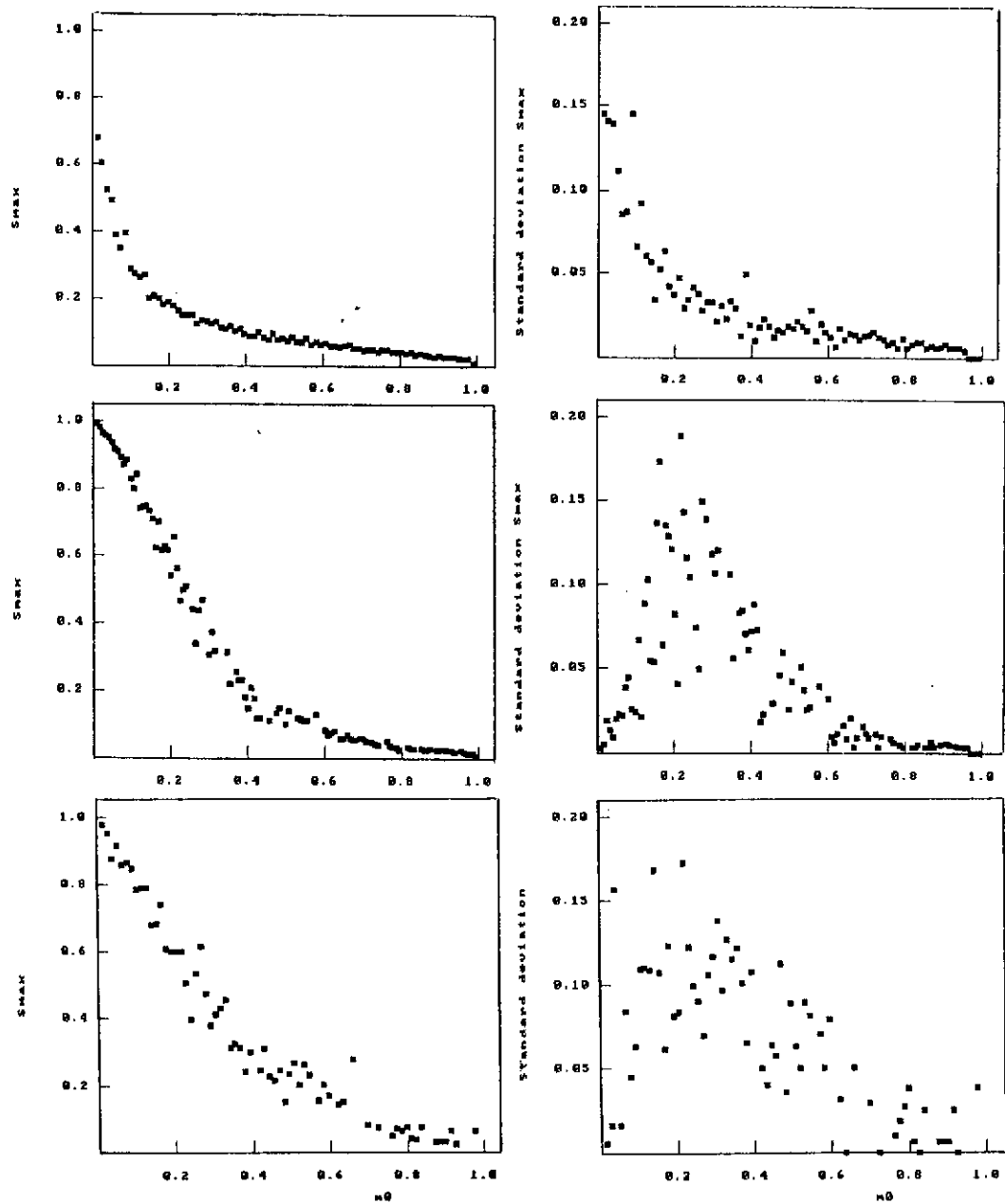


Fig.5-3 : Taille relative du plus gros fragment ( $s_{\max}/s_0$ ) produit par événement (a) et sa fluctuation (b) en fonction de la multiplicité de fragments  $m_0$  pour 1) modèle à une dimension ; 2) percolation à 3 dimensions ; 3) fragmentation de Au.

$$V_f^c = \frac{3}{5} Z_f (Z_i - Z_f) e^2 / R_0$$

d'autre part. Additionnant toutes ces contributions nous arrivons *grosso modo* à une énergie "critique"

$$E_c \approx 1400 \pm 300 \text{ MeV}$$

ou  $E_{\text{crit}}/\text{nucléon} \approx 7 \text{ MeV}$ , ce qui semble une valeur tout à fait "raisonnable" et qui n'appelle pas à beaucoup de commentaires.

La possibilité de calculer à partir des corrélations les valeurs des exposants critiques et de les comparer à celles des modèles courants de transitions de phase (liquide-gaz, percolation..) semble, de beaucoup, plus intéressante. Malheureusement cette tentative se heurte à la rareté des données expérimentales de fragmentation nucléaire. Nous avons cependant tenté d'obtenir une information semi-quantitative. Par exemple, d'après la relation (2.15) et (2.16), nous savons que la corrélation entre les moments  $m_3$  et  $m_2$  doit être linéaire, et que la pente doit dépendre uniquement de l'exposant  $\tau$ . Nous l'avons dessiné sur la figure (5-4) (en fait on montre  $S_3 = m_3/m_1$  et  $S_2 = m_2/m_1$ , qui ont une fluctuation moindre). Chaque point correspond à un événement, à gauche pour le noyau et à droite pour le modèle de percolation. Dans les deux cas, la pente est à peu près la même  $\lambda_{3/2} \approx 2.22$ , ce qui implique  $\tau \approx 2.2$ , avec une incertitude qui est difficile à estimer. Cependant nous pouvons affirmer que les données expérimentales sont incompatibles avec la prédiction  $\lambda_{3/2} = 2.5$ , qui découle de la théorie de champ moyen d'une transition de phase de type liquide-gaz ( $\tau = 7/3$ ).

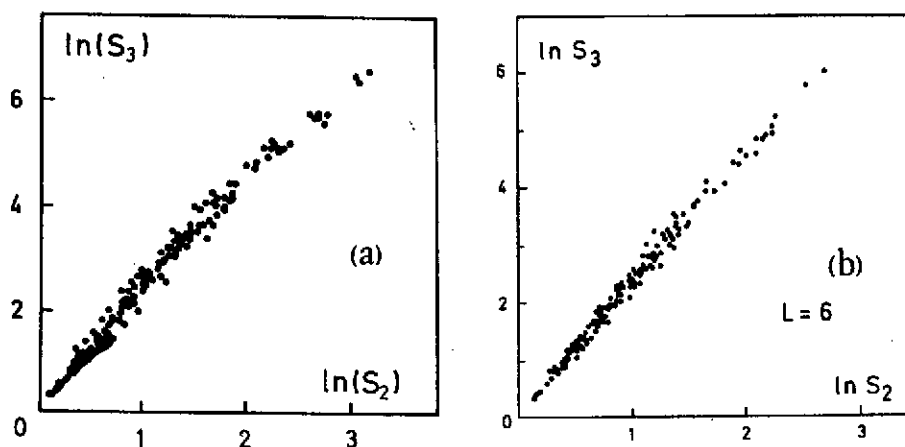


Fig.5-4 : Corrélation entre les moments  $S_3 = m_3/m_1$  et  $S_2 = m_2/m_1$  dans le cas de la rupture du noyau d'or a) et pour une simulation dans un modèle de percolation de liens avec  $6^3$  sites b).

Nous avons tenté la détermination d'un autre exposant critique à partir de la corrélation  $s_{\max} - S_2$ . Celle-ci est représentée sur la figure (5-5). A nouveau nous observons un comportement très similaire entre la fragmentation nucléaire a) et la percolation b). La branche du haut de ces courbes concerne les événements "gentils", ou avec  $p > p_c$ . La branche inférieure correspond aux événements "violents", ou avec  $p < p_c$ . La pente de cette branche doit valoir

$$\lambda_{s_{\max}/2} = 1 + \beta/\gamma$$

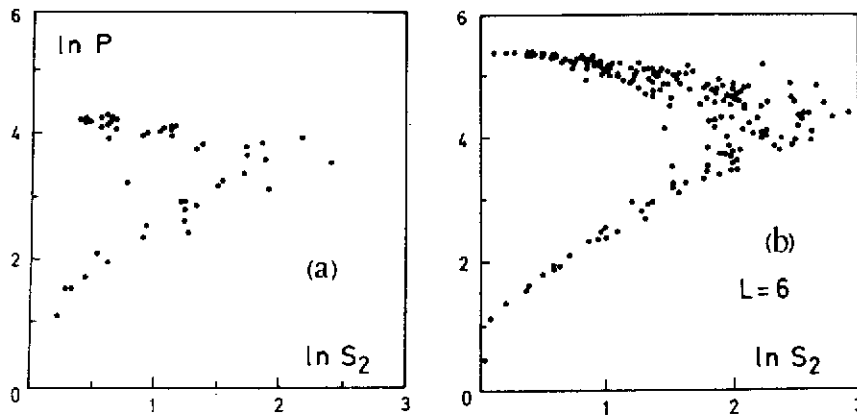


Fig.5-5 : La taille du plus grand fragment produit par événement en fonction de  $S_2 = m_2/m_1$ . Chaque point représente la moyenne sur plusieurs événements qui ont le même  $s_{\max}$ . a) fragmentation de Au, 367 événements ; b) Percolation de liens à 3 dimensions et  $6^3$  sites. Moyenne sur 4000 événements. Comparez uniquement la pente des courbes.

On trouve dans les deux cas *grosso modo*  $\lambda_{s_{\max}/2} \simeq 1.2 \pm 0.2$ , en accord avec la prédiction pour un modèle de percolation en taille infinie  $\lambda_{s_{\max}/2} \simeq 1.26$ . A peu près la même valeur est prédite pour une transition de type liquide-gaz, mais par contre  $\lambda_{s_{\max}/2} = 1.5$  dans l'approximation de champ moyen, valeur qui semble à nouveau incompatible avec l'expérience. Au stade actuel, avec les données disponibles, il semble impossible de fixer des conclusions plus précises sur la valeur des exposants, mais des progrès sensibles pourraient être faits avec des meilleures données expérimentales.

## REMARQUES FINALES ET PERSPECTIVES

Nous avons montré, en nous basant uniquement sur des données expérimentales, que la fragmentation d'un noyau lourd présente beaucoup de ressemblances avec une transition de phase de deuxième ordre dans un système de taille finie. Il nous semble que cette information nouvelle est importante, et qu'elle devrait être intégrée dans les approches théoriques futures au problème de la fragmentation des noyaux.

La nature précise de ce phénomène critique n'a pas pu être déterminée avec les données existantes. Au niveau de précision des données actuelles, ce phénomène ne semble pas radicalement différent d'une transition de type liquide-gaz ou percolation, mais cette conclusion ne peut être que provisoire.

Nous retiendrons aussi que les approximations de champ moyen prédisent un comportement du système près du point critique (caractérisé par les exposants critiques), qui est incompatible avec les données expérimentales de la fragmentation nucléaire. Ce point semble aussi bien établi, et on devrait en tenir compte dans les travaux théoriques à venir.

La taille finie des noyaux s'est manifestée dans l'analyse que nous venons de faire, par un adoucissement important de la transition et une amplification des fluctuations. Ces effets nous ont considérablement gênés pour mettre en évidence la transition de phase et pour déterminer sa nature. A l'avenir, nous espérons retourner cette situation et tirer parti de la taille finie du noyau pour mieux explorer ce phénomène. Nous savons en effet, par des arguments très généraux<sup>1,2</sup>, que toute quantité variant comme  $|\varepsilon|^x$  ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) pour un système infini, doit varier dans un système fini de longueur linéaire  $L$  comme  $L^{-x/\nu}$ ,  $\nu$  étant l'exposant critique associé à la longueur de corrélation (équ.2.24). Ainsi, en changeant la taille du noyau qui se fragmente, nous pourrions aborder la question très intéressante des effets de taille finie et de l'extrapolation vers le système infini.

Le dernier mot concernera les fluctuations. Nous avons montré très clairement, avec l'exemple de la taille du plus gros fragment, que celles-ci sont nettement amplifiées au voisinage du point critique. On peut penser que d'autres quantités, comme la densité locale ou l'isospin, subiront également les fluctuations les plus importantes à cet endroit. C'est dans ces conditions que les noyaux les plus exotiques, de par leur forme ou isospin, peuvent être formés. Si nous savons sélectionner ces événements critiques par des bonnes signatures (par exemple les corrélations entre les moments de la distribution en taille) nous pourrions étudier ces noyaux exotiques dans les conditions optimales.

*Remerciements*

Je remercie les organisateurs de l'Ecole Joliot-Curie qui m'ont invité à faire ce cours et obligé à mettre un peu d'ordre dans mes idées.

Avant et pendant l'écriture de ce cours, j'ai profité des lumières et encouragements de nombreux collègues, physiciens nucléaires ou de la matière condensée. Je voudrais les remercier vivement. Mme Ch. Séguy a déchiffré un manuscrit presque illisible et je lui en suis très reconnaissant.

## REFERENCES

1. H.E. Stanley, "Introduction to phase transitions and critical phenomena", (Oxford : OUP 1971).
2. D. Stauffer, "Introduction to percolation theory", Taylor and Francis, London (1985).
3. J.W. Essam, Rep. Prog. Phys. 43 (1980).
4. M.E. Fisher, Physics 3 (1967) 255.
5. M.E. Fisher et J.W. Essam, J. Math. Phys., 2 (1961) 609.
6. A. Margolina et al., J. Phys. A17 (1984) 1683.
7. D. Stauffer, in "On growth and form", H.E. Stanley et N. Ostrowsky Eds., Martinus Nijhoff Publ., Boston (1986).
8. H. Kunz et B.J. Souillard, J. Stat. Phys. 19 (1978) 77.
9. J.P. Clerc et al., Ann. Phys. 8 (1983) 1.
10. E. Guyon et S. Roux, La Recherche 191 (1987) 1050
11. H.J. Herrmann, Phys. Rep. 136 (1986) 153.
12. H.E. Stanley and N. Ostrowsky, "On growth and form", Eds. Martinus Nijhoff Publ., Boston (1986).
13. H. Hermann, in Ref.12.
14. M. Eden, Proc. Fourth Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., Ed. F. Neyman, Vol.IV (Univ. of California, Univ. Press (1961), p.223.
15. T.A.Witten et L.M. Sander, Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1400.
16. M. Kolb, R. Botet et R. Jullien, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1123.
17. P. Meakin, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1119.
18. R. Jullien, Ann. des Communic. 41 (1986) 343.
19. Y. Termonia et P. Meakin, Nature 320 (1986) 429.
20. B. Jakobson et al., Z. Phys. A307 (1982) 293.
21. A.I. Warwik et al., Phys. Rev. C27 (1983) 1083.
22. C.J. Waddington et P.S. Freier, Phys. Rev. C31 (1985) 888.
23. X.Z. Zhang, D.H.E. Gross, S.Y. Xu et M. Zheng, Nucl. Phys. A461 (1987) et refs.
24. J.P. Bondorf et al., Nucl. Phys. A444 (1985) 460 et refs.
25. D.R. Bowman et al., Phys. Lett. B189 (1987) 282.
26. J. Randrup et S.E. Koonin, Nucl. Phys. A356 (1981) 223 ;  
G. Fai et J. Randrup, Nucl. Phys. A404 (1983) 551.
27. J. Aichelin et J. Hüfner, Phys. Lett. 136B (1984) 15.
28. J. Hüfner, Phys. Rep. 125 (1985) 129.
29. X. Campi, J. Desbois et E. Lipparini, Nucl. Phys. A428 (1984) 327.
30. W. Bauer et al., Phys. Lett. 150B (1985) 53.
31. X. Campi and J. Desbois, GSI Rep. 85-10 ; Contr. Bormio Conf. 85, Supp. 47, Ric.Sc.Ed. Perm. p. 495 ; Phase Space Approach to Nucl. Dynamics, ed. Di Tori (World Sci., Singapore, 1986).
32. T.S. Biro, J. Knoll and J. Richert, Nucl. Phys. A459 (1986) 692.
33. H.W. Barz et al., Phys. Lett. 169B (1986) 318.
34. J. Desbois, Nucl. Phys. A466 (1987) 724.
35. C. Ngô et al., Nucl. Phys. A471 (1987) 381c et réfs.
36. J. Desbois, Thèse Orsay, Déc. 1987.
37. R.W. Minich et al., Phys. Lett. 118B (1982) 458.

- 38. P.J. Siemens, Nature 305 (1983) 410.
- 39. A.L. Goodman et al., Phys. Rev. C30 (1984) 851.
- 40. A.D. Panagiotou et al., Phys. Rev. C31 (1985) 55.
- 41. X. Campi, J.Phys.A : Math.Gen. 19 (1986) L917.
- 42. A.S. Goldhaber, Phys. Lett. 53B (1974) 306.